

عنوان		فارسی		روش عناصر متناهی	
درس		انگلیسی		Finite Elements Method	
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
	۳	۶۴	آنالیز عددی پیشرفته و آنالیز حقیقی		
الزامی	جبرانی		اختیاری		حل تمرین: حداکثر ۲۴ ساعت
	عملی	نظری	عملی	نظری	
نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد					

هدف درس: روش عناصر متناهی یکی از روش‌های پایه‌ای و محبوب در حل معادلات دیفرانسیل مقدار مرزی است که در آن از یک طرف دانشجوی برای اولین بار با مفهوم جواب فرم ضعیف (جواب توزیعی) آشنا می‌شود و از سوی دیگر نحوه کاربرد تقریب‌های چندجمله‌ای موضعی برای یافتن جواب این نوع معادلات را فرا می‌گیرد. ابزارهای ساده در آنالیز تابعی به صورت کاملاً ملموس در این درس استفاده می‌شوند و دانشجوی علاوه بر پیاده سازی عددی، همگرایی جواب‌های حاصل شده را نیز بررسی می‌کند.

پیشنیازهای علمی لازم: دانشجو پیش از اخذ این درس لازم است تا درس معادلات دیفرانسیل جزئی دوره کارشناسی را گذرانده، با مقدمات آنالیز تابعی آشنا باشد و تسلط کافی با یکی از نرم‌افزارهای ریاضی مانند Matlab و یا یکی از زبان‌های برنامه‌نویسی مانند Fortran یا C داشته باشد.

#### ریز مطالب

آنالیز تابعی: فضاها هیلبرت، قضیه نمایش ریس، معرفی مشتق ضعیف، فضاها و نرم‌های سوبولوف، ناساوی سوبولوف و پوانکاره (بدون اثبات).

فرم ضعیف مسائل مقدار مرزی: قضایای دیورانس و گرین، سینیم انرژی، انواع شرایط مرزی، نظریه وجود و یکتایی فرم ضعیف، فرم‌های تغییراتی برای مسائل متقارن و نامتقارن، قضیه لکس-سیلگرام، بررسی شرایط مرزی نویمان و مخلوط.

روش گالرکین: قضیه تصویر، روش گالرکین برای یک مسئله تغییراتی.

درونیایی چندجمله‌ای و تقریب‌های عناصر متناهی: مروری بر درونیایی به وسیله چندجمله‌ای‌ها در فضاها یک و دوبعدی و کران خطای درونیایی قطعه‌ای خطی چندجمله‌ای‌های تکه‌ای خطی، درجه دو و مکعبی روی بازه‌ها و مثلث. روش تسلسلی برای ساختن پایه‌های درجه بالاتر، انتگرالگیری عددی روی مثلث‌ها، اسمبل کردن و تولید ماتریس سختی، عناصر مستطیلی.

روش عناصر متناهی برای مسائل مقدار مرزی (یک و دو بعدی): فرمول‌بندی روش، آنالیز خطای پیشین در نرم انرژی (قضیه Cea) و نرم  $L^2$ . آنالیز خطای پسین در نرم انرژی. تعریف عملگرهای تصویر  $L^2$  و تصویر ریتز و کران خطای آنها.

روش‌های  $CG(1)$  و  $DG(0)$  برای حل مسائل مقدار اولیه: فرمول‌بندی روش‌ها و آنالیز خطای پیشین و پسین.

روش عناصر متناهی برای معادلات سهموی: نیم‌گسسته‌سازی معادله گرما نسبت به متغیر مکان با روش عناصر متناهی، آنالیز پایداری و آنالیز خطای پیشین. گسسته‌سازی کامل معادله گرما با ترکیب با گسسته‌سازی زمانی به وسیله روشی تفاضل متناهی و آنالیز خطای پیشین آن.

روش عناصر متناهی برای معادلات هذلولوی: نیم‌گسسته‌سازی معادله موج نسبت به متغیر مکان با روش عناصر متناهی، آنالیز پایداری و قانون بقای انرژی و آنالیز خطای پیشین. گسسته‌سازی کامل معادله موج با ترکیب با گسسته‌سازی زمانی به وسیله روشی تفاضل متناهی و آنالیز خطای پیشین آن.



پیااده‌سازی: برنامه‌نویسی روش عناصر متناهی، روش‌های حل مستقیم و تکراری ماتریس سختی و ماتریس جرم.

مراجع پیشنهادی

1. G. Strang, G.J. Fix (1973). **An Analysis of the Finite Element Method**, Prentic-Hall.
2. P. G. Ciarlet (1978). **The Finite Element Method for Elliptic Problems**, North-Holland.
3. J. N. Reddy (1993). **An Introduction to the Finite Element Method**, McGraw-Hill, Inc. 2nd edition.
4. M. S. Gockenbach (2006). **Understanding and Implementing the Finite Element Method**, SIAM.
5. D. Braess (2007). **Finite Elements, Theory, Fast Solvers, and Applications in Elasticity Theory**, Cambridge University Press, 3rd. Ed.
6. S. C. Brenner, L. R. Scott (2008). **The Mathematical Theory of Finite Element Methods**, Springer, 3rd. Ed.

